1. ✉ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ✉ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

Εν Δυνάμει
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

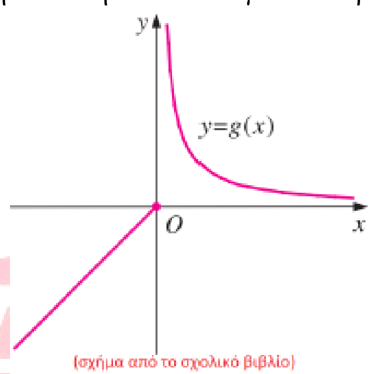
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) Θεωρία, Σχολικό Βιβλίο, σελ.99.

Α2) **α)** ΨΕΥΔΗΣ
β) Αντιπαράδειγμα, Σχολικό βιβλίο, σελ.35 (ή οποιοδήποτε ανάλογο αντιπαράδειγμα).

$$f(x)=\begin{cases} x, & x\le 0 \\ \dfrac{1}{x}, & x>0 \end{cases}$$



(σχήμα από το σχολικό βιβλίο)

Α3) Θεωρία, Σχολικό Βιβλίο, σελ. 216.

Α4) **α)** Λάθος **β)** Λάθος **γ)** Σωστό **δ)** Σωστό **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1) Έχουμε ότι: $f(x)=x-\frac{4}{x^2}$, $x\in\mathbb{R}^*$.

Η f είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της, ως πράξεις συνεχών συναρτήσεων.

Η f είναι παραγωγίσιμη, ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με:

$f'(x)=1+\frac{8x}{x^4}=1+\frac{8}{x^3}=\frac{x^3+8}{x^3}$, $x\neq 0$.

Το πρόσημο της f' και η μονοτονία της f, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
x^3	-		-		+
x^3+8	-		+		+
$f'(x)$	+	0	-		+
$f(x)$	↗		↘		↗

- Μονοτονία
  Αφού $f'(x)>0$ για κάθε $x\in(-\infty,-2)$ και f συνεχής στο $(-\infty,-2]$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,-2]$.
  Αφού $f'(x)<0$ για κάθε $x\in(-2,0)$ και f συνεχής στο $[-2,0)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-2,0)$.
  Αφού $f'(x)>0$ για κάθε $x\in(0,+\infty)$ και f συνεχής στο $(0,+\infty)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0,+\infty)$.
- Ακρότατα
  Η f παρουσιάζει στο $x_0=-2$ τοπικό μέγιστο, το $f(-2)=-3$.

Β2) Η f' είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων με: $f''(x)=\left(1+\frac{8}{x^3}\right)'=-\frac{24x^2}{x^6}=-\frac{24}{x^4}$, $x\neq 0$.

Άρα $f''(x)<0$ για κάθε $x\neq 0$, οπότε η f είναι κοίλη στο $(-\infty,0)$ και στο $(0,+\infty)$.
Επομένως δεν παρουσιάζει κανένα σημείο καμπής.

Β3) Έχουμε $A_f=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

- Κατακόρυφη Ασύμπτωτη
  Είναι: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x-\frac{4}{x^2}\right)=-\infty$.
  Άρα η ευθεία $\boxed{x=0}$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της C_f.

- Πλάγια ή οριζόντια στο $+\infty$
  Είναι: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{4}{x^3}\right)=1$, άρα $\lambda=1$.
  Είναι: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\lambda x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\frac{4}{x^2}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{4}{x^2}\right)=0$, άρα $\beta=0$.

Άρα η ευθεία $\boxed{y=x}$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$.

- Πλάγια ή οριζόντια στο $-\infty$

Είναι: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1-\dfrac{4}{x^3}\right)=1$, άρα $\lambda=1$.

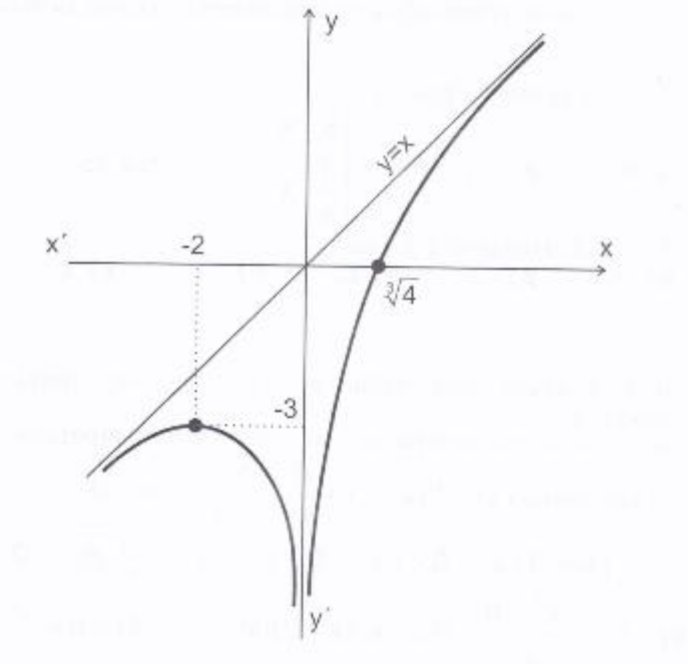
Είναι: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-\lambda x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\dfrac{4}{x^2}-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{4}{x^2}\right)=0$, άρα $\beta=0$.

Άρα η ευθεία $\boxed{y=x}$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $-\infty$.

B4) Είναι: $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\left(x-\dfrac{4}{x^2}\right)=-\infty$.

Είναι: $f(x)=0\Leftrightarrow x-\dfrac{4}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{x^2}\Leftrightarrow x^3=4\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{4}$.

Η γραφική παράσταση της f φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Αφού το ένα κομμάτι από το σύρμα θα έχει μήκος x m και το σύρμα έχει συνολικό μήκος 8m, τότε το άλλο κομμάτι θα έχει μήκος $(8-x)$ m.

Πρέπει: $x>0$ και $8-x>0 \Leftrightarrow x<8$. Άρα λοιπόν έχουμε ότι $x\in(0,8)$.

- Αφού φτιάχνουμε τετράγωνο με περίμετρο x m, τότε η κάθε πλευρά του τετραγώνου θα είναι ίση με $\alpha=\frac{x}{4}$m, $x>0$.

  Άρα το εμβαδόν του τετραγώνου θα είναι θα είναι: $\mathrm{E}_{\tau\varepsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon}=\left(\frac{x}{4}\right)^2=\frac{x^2}{16}m^2,\ x>0$.

- Αφού φτιάχνουμε κύκλο (έστω με ακτίνα ρ), ο οποίος έχει με μήκος ίσο με το υπόλοιπο του σύρματος, τότε θα ισχύει:

  $L=2\pi\rho \Leftrightarrow 8-x=2\pi\rho \Leftrightarrow \rho=\frac{8-x}{2\pi}$ m, $x\in(0,8)$.

  Άρα, το εμβαδόν του κύκλου θα είναι:

$$E_{\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon}=\pi\rho^2=\pi\cdot\left(\frac{8-x}{2\pi}\right)^2=\pi\cdot\frac{(8-x)^2}{4\pi^2}=\frac{64-16x+x^2}{4\pi}m^2,\ x\in(0,8).$$

- Άρα το ζητούμενο άθροισμα των δύο εμβαδών, θα είναι:

$$\mathrm{E}(x)=\mathrm{E}_{\tau\varepsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon}+E_{\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon}=\frac{x^2}{16}+\frac{64-16\pi+\pi^2}{4\pi}=\frac{\pi x^2+256-64x+4x^2}{16\pi}=\frac{(\pi+4)x^2-64x+256}{16\pi},\ x\in(0,8).$$

Γ2) Η συνάρτηση $\mathrm{E}(x)$ είναι συνεχής και παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική και ισχύει:

$$\mathrm{E}'(x)=\frac{1}{16\pi}\big(2(\pi+4)x-64\big)=\frac{1}{8\pi}\big((\pi+4)x-32\big),x\in(0,8).$$

Έστω $\mathrm{E}'(x)\geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{8\pi}\big((\pi+4)x-32\big)\Leftrightarrow(\pi+4)x-32\geq 0\Leftrightarrow(\pi+4)x\geq 32\Leftrightarrow x\geq\frac{32}{\pi+4}$.

Επομένως έχουμε τον παρακάτω πίνακα προσήμου.

x	**0**	**32/π+4**	**8**
E΄(x)	‖ -	0	+ ‖
E(x)	‖ ↘		↗ ‖

Αφού η $\mathrm{E}'(x)<0$ στο $\left(0,\frac{32}{\pi+4}\right)$ και η $\mathrm{E}(x)$ είναι συνεχής στο $\left(0,\frac{32}{\pi+4}\right]$, τότε η $\mathrm{E}(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left(0,\frac{32}{\pi+4}\right]$.

Αφού η $\mathrm{E}'(x)>0$ στο $\left(\frac{32}{\pi+4},8\right)$ και η $\mathrm{E}(x)$ είναι συνεχής στο $\left[\frac{32}{\pi+4},8\right)$, τότε η $\mathrm{E}(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[\frac{32}{\pi+4},8\right)$.

Άρα η συνάρτηση $\mathrm{E}(x)$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο σημείο $x_0=\dfrac{32}{\pi+4}$, δηλαδή το εμβαδόν των δύο σχημάτων ελαχιστοποιείται, όταν $x_0=\dfrac{32}{\pi+4}$.

Για $x=x_0$, η πλευρά του τετραγώνου είναι ίση με $\alpha=\dfrac{x_0}{4}=\dfrac{\frac{32}{\pi+4}}{4}=\dfrac{8}{\pi+4}$.

Για $x=x_0$, η διάμετρος του κύκλου είναι ίση με $\delta=2\rho=2\cdot\dfrac{8-\frac{32}{\pi+4}}{2\pi}=\dfrac{\frac{8\pi+32-32}{\pi+4}}{\pi}=\dfrac{\frac{8\pi}{\pi+4}}{\pi}=\dfrac{8}{\pi+4}$.

Άρα λοιπόν, $\alpha=\delta$.

Γ3) Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $\mathrm{E}(x)$ είναι ίση με:

$$\mathrm{E}\left(\frac{32}{\pi+4}\right)=\frac{1}{16\pi}\left[(\pi+4)\cdot\frac{32^2}{(\pi+4)^2}-64\cdot\frac{32}{\pi+4}+256\right]=\frac{32}{16\pi}\left(\frac{32}{\pi+4}-\frac{64}{\pi+4}+8\right)=\frac{16}{\pi+4}.$$

Αφού η E είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\mathrm{A}_1=\left(0,\dfrac{32}{\pi+4}\right]$, τότε

$$\mathrm{E}(\mathrm{A}_1)=\mathrm{E}\left(\left(0,\frac{32}{\pi+4}\right]\right)=\left[\mathrm{E}\left(\frac{32}{\pi+4}\right),\lim_{x\to0^+}\mathrm{E}(x)\right)=\left[\frac{16}{\pi+4},\frac{16}{\pi}\right).$$

Αφού η E είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\mathrm{A}_2=\left[\dfrac{32}{\pi+4},8\right)$, τότε

$$\mathrm{E}(\mathrm{A}_2)=\mathrm{E}\left(\left[\frac{32}{\pi+4},8\right)\right)=\left[\mathrm{E}\left(\frac{32}{\pi+4}\right),\lim_{x\to8^-}\mathrm{E}(x)\right)=\left[\frac{16}{\pi+4},4\right).$$

Επειδή $5\in\left[\dfrac{16}{\pi+4},\dfrac{16}{\pi}\right)$, τότε από ΘΕΤ υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_1\in\left(0,\dfrac{32}{\pi+4}\right)$ τέτοιο, ώστε $\mathrm{E}(x_1)=5$.

Το x_1 είναι μοναδικό, αφού η E είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left(0,\dfrac{32}{\pi+4}\right)$.

Επειδή $5\notin\left[\dfrac{16}{\pi+4},4\right)$, τότε δεν υπάρχει $x_2\in\left(\dfrac{32}{\pi+4},8\right)$ τέτοιο, ώστε $\mathrm{E}(x_2)=5$.

Άρα υπάρχει μόνο μία τιμή του x ώστε το άθροισμα των εμβαδών να είναι ίσο με 5.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Έχουμε $f(x)=2e^{x-\alpha}-x^2,\ x\in\mathbb{R},\ \alpha>1$.

Η f είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με $f'(x)=2e^{x-\alpha}-2x,\ x\in\mathbb{R},\ \alpha>1$.

Είναι: $f''(x)=2e^{x-\alpha}-2,\ x\in\mathbb{R},\ \alpha>1$.

Έστω $f''(x)\ge 0 \Leftrightarrow 2e^{x-\alpha}-2\ge \Leftrightarrow 2e^{x-a}\ge 2 \Leftrightarrow e^{x-a}\ge 1 \Leftrightarrow e^{x-a}\ge e^0 \overset{e^x:\nearrow}{\Leftrightarrow} x-a\ge 0 \Leftrightarrow x\ge a$.

Το πρόσημο της f'' φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f	∩		∪

Αφού $f''(x)<0$ για κάθε $x\in(-\infty,\alpha)$ και η f συνεχής στο $(-\infty,\alpha]$, τότε η f είναι κοίλη στο $(-\infty,\alpha]$.

Αφού $f''(x)>0$ για κάθε $x\in(\alpha,+\infty)$ και η f συνεχής στο $[\alpha,+\infty)$, τότε η f είναι κυρτή στο $[\alpha,+\infty)$.

Άρα η C_f παρουσιάζει μοναδικό σημείο καμπής το $\mathrm{K}(\alpha, f(\alpha))\to \mathrm{K}(\alpha,2-\alpha^2)$.

Δ2) Η μονοτονία της f' φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f'	↘		↗

Είναι: $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2e^{x-\alpha}-2x\right)=0-(-\infty)=+\infty$.

Είναι: $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2e^{x-\alpha}-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}2e^x\cdot\left(e^{-\alpha}-\dfrac{x}{e^x}\right)=+\infty$,

διότι: $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ και $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}\underset{D.L.H.}{\overset{\frac{+\infty}{+\infty}}{=}}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x)'}{(e^x)'}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^x}=0$.

Επίσης $f'(\alpha)=2-2\alpha=2(1-\alpha)<0$.

- Επειδή η f' είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\mathrm{A}_1=(-\infty,\alpha]$, τότε $f'(\mathrm{A}_1)=f'\left((-\infty,\alpha]\right)=[f(\alpha),\lim\limits_{x\to-\infty}f(x))=\left[2(1-\alpha),+\infty\right)$.

  Αφού $0\in f'(\mathrm{A}_1)$, τότε από ΘΕΤ υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_1\in(-\infty,\alpha)$ τέτοιο, ώστε $f'(x_1)=0$.

  Το x_1 είναι μοναδικό, αφού η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,\alpha)$, άρα 1-1.

  Στο $\mathrm{A}_1=(-\infty,\alpha]$ έχουμε τα εξής: $\begin{cases}\Gamma\iota\alpha\ \ x<x_1 \overset{f':\searrow}{\Leftrightarrow} f'(x)>f'(x_1)\Leftrightarrow f'(x)>0\\ \Gamma\iota\alpha\ \ x>x_1 \overset{f':\searrow}{\Leftrightarrow} f'(x)<f'(x_1)\Leftrightarrow f'(x)<0\end{cases}$.

- Επειδή η f' είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $A_2=[\alpha,+\infty)$, τότε $f'(A_2)=f'([\alpha,+\infty))=[f(\alpha),\lim\limits_{x\to+\infty}f(x))=[2(1-\alpha),+\infty)$.
  Αφού $0\in f'(A_2)$, τότε από ΘΕΤ υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_2\in(\alpha,+\infty)$ τέτοιο, ώστε $f'(x_2)=0$.
  Το x_2 είναι μοναδικό, αφού η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο $(\alpha,+\infty)$, άρα 1-1.
  Στο $A_2=[\alpha,+\infty)$ έχουμε τα εξής: $\begin{cases}\Gamma\iota\alpha\ x<x_2 \overset{f':\nearrow}{\Leftrightarrow} f'(x)<f'(x_2)\Leftrightarrow f'(x)<0\\ \Gamma\iota\alpha\ x>x_2 \overset{f':\nearrow}{\Leftrightarrow} f'(x)>f'(x_1)\Leftrightarrow f'(x)>0\end{cases}$.

Οπότε τα παραπάνω πρόσημα παραγώγου συνοψίζονται στον επόμενο πίνακα μονοτονίας:

x	$-\infty$		x_1		α		x_2		$+\infty$
f'		+	0		$-$		0	+	
f		$\nearrow$			$\searrow$			$\nearrow$	

Επομένως η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_1 και τοπικό ελάχιστο στο x_2, με $x_1<\alpha<x_2$.

Δ3) ***__α΄ τρόπος__***
Είναι $f'(1)=2e^{1-\alpha}-2=2(e^{1-\alpha}-1)<0$, διότι για $a>1\Leftrightarrow 1-a<0\Leftrightarrow e^{1-a}<e^{\,0}\Leftrightarrow e^{1-a}-1<0$,
συνεπώς $1\in(x_1,x_2)$ διότι μόνο σε αυτό το διάστημα $f'(x)<0$.
Δηλαδή ισχύει το εξής: $x_1<1<\alpha<x_2$.

Έχουμε την εξίσωση: $f(x)=f(1)\underset{\sigma\tau o\ (x_1,x_2)\ \eta\ f\searrow\ o\pi\acute{o}\tau\varepsilon\ \kappa\alpha\iota\ 1-1}{\overset{1\in(x_1,x_2)\ \kappa\alpha\iota\ x\in(\alpha,x_2)\subseteq(x_1,x_2)}{\Leftrightarrow}} x=1$.

Αδύνατη στο (α,x_2) αφού $1<\alpha$.

__β΄ τρόπος__
Ομοίως με πριν αποδεικνύουμε ότι $x_1<1<\alpha<x_2$.
Έστω ότι η εξίσωση $f(x)=f(1)$ έχει μία τουλάχιστον λύση στο διάστημα (α,x_2), οπότε θα υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_0\in(\alpha,x_2)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0)=f(1)$. Δηλαδή έχουμε $x_1<1<\alpha<x_0<x_2$.
Η f είναι συνεχής στο διάστημα $[1,x_o]$, η f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(1,x_0)$ και ισχύει ότι $f(x_0)=f(1)$. Επομένως από το θεώρημα Rolle υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi\in(1,x_0)\subseteq(x_1,x_2)$ τέτοιο, ώστε $f'(\xi)=0$.ΑΤΟΠΟ!, αφού η f' μηδενίζεται μόνο στα x_1 και x_2.

__γ΄ τρόπος__
Έχουμε την εξίσωση $f(x)=f(1)\Leftrightarrow f(x)-f(1)=0,\ x\in(\alpha,x_2)$.
Θέτουμε $h(x)=f(x)-f(1),\ x\in(\alpha,x_2)$.
Είναι $h'(x)=f'(x)<0$ για κάθε $x\in(\alpha,x_2)$, οπότε η h είναι γνησίως φθίνουσα στο (α,x_2).
Είναι $h(\alpha)=f(\alpha)-f(1)=2e^0-\alpha^2-2e^{1-\alpha}+1=-\alpha^2-2e^{1-\alpha}+3$.
Θεωρούμε τη συνάρτηση $\varphi(\alpha)=-\alpha^2-2e^{1-\alpha}+3,\ \alpha>1$.
Είναι $\varphi'(\alpha)=-2\alpha+2e^{1-\alpha},\ \alpha>1$.
Είναι $\varphi''(\alpha)=-2-2e^{1-\alpha}<0$, άρα η φ' είναι γνησίως φθίνουσα..

1. ✉ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ✉ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

Για $\alpha > 1 \overset{\varphi' : \searrow}{\Leftrightarrow} \varphi'(\alpha) < \varphi'(1) \Leftrightarrow \varphi'(\alpha) < 0$, άρα η φ είναι γνησίως φθίνουσα.

Για $\alpha > 1 \overset{\varphi : \searrow}{\Leftrightarrow} \varphi(\alpha) < \varphi(1) \Leftrightarrow \varphi(\alpha) < 0$, άρα και $h(\alpha) < 0$.

Αφού η h είναι συνεχής γνησίως φθίνουσα στο $\Delta = (\alpha, x_2)$, τότε

$h(\Delta) = h\big((\alpha, x_2)\big) = \left(\lim\limits_{x \to x_2^-} h(x), \lim\limits_{x \to \alpha^+} h(x)\right) = \big(h(x_2), h(\alpha)\big)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο (α, x_2).

Αφού $h(\alpha) < 0$, τότε το $0 \notin f(\Delta)$, οπότε και η εξίσωση $h(x) = 0$ είναι αδύνατη.

Δ4) Η εφαπτομένη της C_f στο $x_0 = 2$ είναι: $y - f(2) = f'(2)(x-2) \Leftrightarrow y + 2 = -2(x-2) \Leftrightarrow y = -2x + 2$.

Αφού η f είναι κυρτή στο διάστημα [2,3], τότε θα ισχύει:

$f(x) \geq y_{\varepsilon\varphi} \Leftrightarrow f(x) \geq -2x + 2$, για κάθε $x \in [2,3]$, με την ισότητα να ισχύει μόνο για x=2.

Άρα $f(x)\sqrt{x-2} \geq (-2x+2)\sqrt{x-2}$, αφού $\sqrt{x-2} \geq 0$, με την ισότητα να ισχύει μόνο για x=2.

Άρα $\int_2^3 f(x)\sqrt{x-2}dx > \int_2^3 (-2x+2)\sqrt{x-2}dx$. (1)

Για το $\int_2^3 (-2x+2)\sqrt{x-2}dx = -2\int_2^3 (x-1)\sqrt{x-2}dx$, θέτουμε $\sqrt{x-2} = u \Leftrightarrow x - 2 = u^2$, άρα $dx = 2udu$.

Για $x = 2 \Rightarrow u = 0$, για $x = 3 \Rightarrow u = 1$.

Άρα

$$\int_2^3 (-2x+2)\sqrt{x-2}dx = -2\int_0^1 (u^2+1)u2udu = -4\int_0^1 (u^4+u^2)du = -4\left[\frac{u^5}{5} + \frac{u^3}{3}\right]_0^1 = -4\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right) = -4\cdot\frac{8}{15} = -\frac{32}{15}.$$

Άρα η (1) $\Leftrightarrow \int_2^3 f(x)\sqrt{x-2}dx > -\frac{32}{15}$.